break time

塵劫記(じんこうき)より和算の問題(2)

【ねずみ算】

父ネズミと母ネズミがいます。 I 月初めに 6 匹のオスねずみと 6 匹のメスねずみを産みます。 この合計 14 匹のねずみたちが、2 月初めに 7 組の夫婦となり、それぞれがまた 6 匹のオスねずみと 6 匹のメスねずみを産みます。 (7 組×12 匹=84 匹の子どもが産まれますね。 親ねずみは 14 匹いますので、合計 98 匹のねずみがいます。)

そして、3 月の初めには 98 匹のねずみが 49 組の夫婦を作り、またまたそれぞれが 6 匹のオスねずみと 6 匹のメスねずみを産んでいくわけです。こうして毎月同じようにねずみが増えていくとすると、12 月末には全部で何匹のねずみがいるでしょうか。

正月に親ねずみは 2 匹います。生まれた子が 12 匹なので、1 月末では合計 14 匹います。

2月初めには | 4 匹が 7 組の夫婦となりますので、親ねずみが | 4 匹、生まれた子 ネズミが、7 組×|2 匹=84 匹なので、2 月末では合計 | 4+84=98 匹います。

つまり、| か月で | 対のねずみが | 対になり、次の月には| 7×| 対、さらにその次には| 7×| 7×| 対、というように、| 6 倍ずつ対のねずみが増えていきます。

したがって、12月の末では、7の 12乗の対のねずみがいることになりますね。 このような考えを図のように表します。

= 101, 01, 1, 101, 101, 101, 101, 101, 1			
月	親の数	生まれた子どもの数	親も含めたすべてのねずみの数
正月	2	12	14
			→7 対のねずみ
			= <mark>7×2</mark> と考える
2月	14	7 対×I 2=84	14+84=98
			→7×7 対
			=7×7×2= <mark>7²×2</mark> と考える
3月	98	49×12=588	98+588=686
			→7×7×7 対
			=7×7×7×2= <mark>7³×2</mark> と考える
4月	686	343×12=4116	686+4116=4802
			→7×7×7×7 対 = 7 ⁴ ×2
5月	4802	2401×12=28812	4802+28812=33614
			→7×7×7×7×7 対 = 7 ⁵ ×2

さあ、ここまでくれば、親も含めたすべてのねずみの数は、7の累乗を利用して計算すれば求まりますよね。

月	親も含めたすべてのねずみの数
6月	$7^6 \times 2 = 117649 \times 2 = 235298$
7月	$7^7 \times 2 = 823543 \times 2 = 1647086$
8月	$7^8 \times 2 = 5764801 \times 2 = 11529602$
9月	$7^9 \times 2 = 40353607 \times 2 = 80707214$
10月	$7^{10} \times 2 = 282475249 \times 2 = 564950498$
11月	$7^{11} \times 2 = 1977326743 \times 2 = 3954653486$
12月	$7^{12} \times 2 = 13841287201 \times 2 = 27682574402$

ということで、12月末には 276 億 8257 万 4402 匹 のねずみがいます。 すごいですね。日本の人口が約 1 億2300 万人、世界の人口が約 82 億 4500 万 人といわれていますから、とんでもない数、そして増え方だということがわかりますね。